VISIT…

LANZAROTE Caliente.COM

Ученые записки Таврического национального университета имени В.И.Вернадского
Серия «Физика». Том 20 (59). 2007 г. № 1. С. 108 - 118

УДК 621.3.013.22

РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА СИЛОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВТЯЖНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТА С БОЛЬШИМ ХОДОМ

Стадник И. П., Жильцов А. В., Горская И. Ю.

Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Украина

Предложена уточненная математическая модель для расчета магнитного поля в электромагните постоянного тока с учетом нелинейности и ее приложение к построению силовой характеристики. Показано, что применение дополнительных соотношений для вторичных источников, полученных из интегральных законов поля, к граничным интегральным уравнениям при расчете магнитных полей с учетом нелинейной характеристики ферромагнитных материалов в совокупности с разбивкой области, занимаемой магнитопроводом, на элементы с постоянной магнитной проницаемостью и с коэффициентом релаксации для уменьшения влияния нелинейности позволяет производить расчеты с высокой степенью точности.
Ключевые слова: моделирование магнитостатических полей, электромагнит, метод интегральных уравнений

ВВЕДЕНИЕ

Движение во втяжном электромагните создается, в основном, за счет уменьшения рабочего зазора. При этом зависимость тягового усилия от величины зазора существенно отличается от постоянной. Усилие резко убывает с увеличением зазора и резко возрастает с его уменьшением. Тем не менее, при движении якоря втяжных электромагнитов можно получить рациональное перераспределение энергии, запасенной в электромагнитной системе, и тем обеспечить нужную по форме тяговую характеристику, если область основного зазора шунтировать участками ферромагнитного материала. В [1] приведены различные исполнения таких шунтов, охватывающих тело якоря, и дан анализ их влияния на форму тяговой характеристики. В данном случае проводимость основного зазора резко увеличивается за счет появления радиальных потоков между боковыми поверхностями якоря и внутренней поверхностью шунта. При этом происходит перераспределение намагничивающей силы между участками рабочего зазора, стали и нерабочих зазоров.

Рациональный подбор профиля и размеров шунта, а также размеров зазора и проводимости нерабочего зазора дает возможность широко изменять форму тяговой характеристики втяжных электромагнитов, а также позволяет создавать электромагниты с большим ходом (10 и более миллиметров).

На рис.1 схематически изображен электромагнит с осесимметричной магнитной системой. Для расчета магнитного поля, необходимого для отыскания тягового усилия, используем метод интегральных уравнений сначала при допущении постоянства магнитной проницаемости, затем – с учетом нелинейной магнитной характеристики материала магнитопровода.

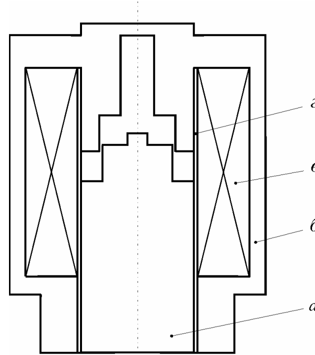


Рис. 1. Электромагнит постоянного тока: *а* – якорь; *б* – магнитопровод; *в* – катушка; *г* – немагнитная втулка.

1. ЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА

Система интегральных уравнений, с помощью которого формулируется задача расчета магнитного поля, имеет вид [3]:

$$\vec{j}(Q)+\frac{1}{2\pi}\frac{\mu-\mu_0}{\mu+\mu_0}\left[\vec{n}_Q\oint_S\frac{\left[\vec{j}(P)\vec{r}_{PQ}\right]}{r_{PQ}^3}dS_p\right]=-\frac{1}{2\pi}\frac{\mu-\mu_0}{\mu+\mu_0}\left[\vec{n}_Q\int_{V_{кат}}\frac{\left[\vec{\delta}_0(P)\vec{r}_{PQ}\right]}{r_{PQ}^3}dV_P\right], \quad (1)$$

где $\vec{j}(P)$ – поверхностная плотность простого слоя тока; $\mu=const$ – магнитная проницаемость материала магнитопровода; μ_0 – магнитная проницаемость воздуха; $\vec{n}_Q$ – внешняя нормаль, восстановленная в точке *Q* к границе ферромагнетика; $\vec{r}_{PQ}$ – радиус-вектор, направленный из точки интегрирования *P* в точку наблюдения *Q*; *S* – граница якоря и магнитопровода; $V_{кат}$ – объем, занятый токами намагничивающей катушки; $\vec{\delta}_0$ – плотность тока намагничивающей катушки, $\delta_0=Iw/S_0$, *Iw* – ампер-витки намагничивающей катушки, S_0 – сечение катушки.

Для повышения точности расчета и сокращения времени счета дополним уравнение (1) дополнительным интегральным соотношением, полученным из закона полного тока, т.е. соотношением вида [4]

$$\frac{1}{4\pi}\frac{\mu_0}{\mu}\int_{L^+}\oint_S\frac{\left[\vec{j}(P)\vec{r}_{PM}\right]}{r_{PM}^3}dS_P d\vec{l}_M+\frac{1}{4\pi}\int_{L^-}\oint_S\frac{\left[\vec{j}(P)\vec{r}_{PM}\right]}{r_{PM}^3}dS_P d\vec{l}_M=Iw-a, \quad (2)$$

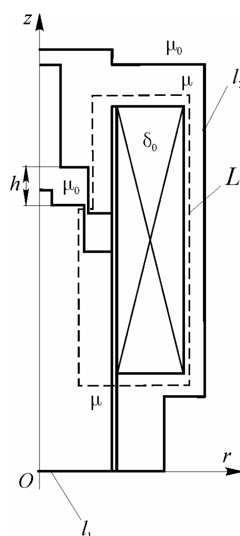
где L^+ – часть контура *L*, проходящего через якорь и магнитопровод (рис.2,*а*); L^- – часть контура *L*, проходящего в воздухе;

$$a=\frac{1}{\mu}\int_{L^+}\vec{B}_0(M)d\vec{l}_M+\frac{1}{\mu_0}\int_{L^-}\vec{B}_0(M)d\vec{l}_M\ ;$$

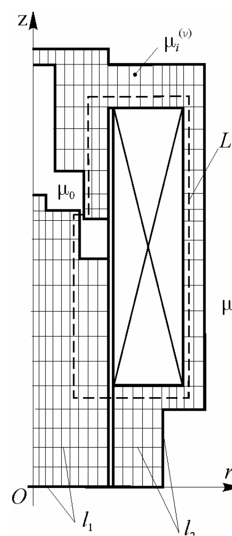
$\vec{B}_0(M)$ – магнитная индукция намагничивающих катушек в точке M.

Интегральное уравнение решается для осесимметричной магнитной системы, изображенной на рис. 2, *а*. В этом случае поверхностная плотность тока, так же как и плотность тока намагничивающей обмотки, имеет только угловую компоненту, т.е. $\vec{j}=j\vec{e}_\alpha$, $\vec{\delta}_0=\delta_0\vec{e}_\alpha$, где $\vec{e}_\alpha$ – единичный орт азимутального направления цилиндрической системы координат. Интегралы в (1) и (2) по структуре представляют собой закон Био-Савара-Лапласа для определения напряженности магнитного поля тока [5].

Разбивая границу магнитопровода на N элементарных участков в форме колец и дисков, на каждом из которых поверхностную плотность тока полагая постоянной, а область намагничивающей обмотки – на N_δ элементарных объемов в виде торов прямоугольного сечения, после интегрирования по азимутальному углу приходим к аппроксимирующей интегральные уравнения (1), (2) системе линейных алгебраических уравнений следующего вида:



а) к решению линейной задачи



б) к решению нелинейной задачи

Рис. 2. Сечение магнитной системы электромагнита

$$j(Q_i)=-2\lambda\sum_{k=1}^{N} j(P_k)\Delta l_k\left[\vec{n}(Q_i)\vec{H}(P_k,Q_i)\right]-2\lambda\delta_0\sum_{m=1}^{N_\delta}\left[\vec{n}(Q_i)\vec{H}_{кат}(P_m,Q_i)\right]\Delta S_m\,,$$

$i=1,2,\ldots,N$, (3)

$$\sum_{k=1}^{N} j(P_k)\Delta l_k\left(\frac{\mu_0}{\mu}\int_{L^+}\vec{H}(P_k,M)d\vec{l}_M+\int_{L^-}\vec{H}(P_k,M)d\vec{l}_M\right)=$$

$$=Iw-\delta\sum_{m=1}^{N_\delta}\left(\frac{\mu_0}{\mu}\int_{L^+}\vec{H}(P_m,M)d\vec{l}_M+\int_{L^-}\vec{H}(P_m,M)d\vec{l}_M\right)\Delta S_m\,, \qquad (4)$$

где $j(Q_i)$ – поверхностная плотность тока на i-ом элементарном участке, аналогично $j(P_k)$; $\lambda=(\mu-\mu_0)/(\mu+\mu_0)$; Δl_k – длина k-го элементарного участка в сечении магнитопровода меридианной плоскостью; $\vec{n}(Q_i)$ – внешняя нормаль к i-ому элементу границы магнитопровода; $\vec{H}(P_k,Q)$ – напряженность магнитного поля в точке Q, созданная единичным током, протекающим по k-му элементарному участку; $\vec{H}_{кат}(P_m,Q)$ – напряженность магнитного поля в точке Q, созданная единичным током, протекающим по m-му элементарному объему с сечением ΔS_m намагничивающей катушки.

При вычислении $\vec{H}(P,Q)$ и $\vec{H}_{кат}(P,Q)$ использовались известные формулы для компонент поля линейного кругового единичного тока [5].

СЛАУ (3), (4) может быть решена методом последовательных приближений по следующей итерационной схеме [4]:

$$\left.\begin{aligned} j'_k(Q_i)&=(Kj_{k-1})(Q_i)+f(Q_i),\\ j_k(Q_i)&=c_k\,j'_k(Q_i), \end{aligned}\right\}\qquad i=1,2,\ldots,N\,, \qquad (5)$$

где $k=1,2,\ldots,n$, n – число итераций;

$$(Kj_{k-1})(Q_i)=-2\lambda\sum_{k=1}^{N}j(P_k)\Delta l_k\left[\vec{n}(Q_i)\vec{H}(P_k,Q_i)\right]; \qquad (6)$$

$$f(Q_i)=-2\lambda\delta_0\sum_{m=1}^{N_\delta}\left[\vec{n}(Q_i)\vec{H}_{кат}(P_m,Q_i)\right]\Delta S_m\,;$$

$$c_k=\frac{Iw-\delta\sum_{m=1}^{N_\delta}\left(\frac{\mu_0}{\mu}\int_{L^+}\vec{H}(P_m,M)d\vec{l}_M+\int_{L^-}\vec{H}(P_m,M)d\vec{l}_M\right)\Delta S_m}{\sum_{k=1}^{N}j(P_k)\Delta l_k\left(\frac{\mu_0}{\mu}\int_{L^+}\vec{H}(P_k,M)d\vec{l}_M+\int_{L^-}\vec{H}(P_k,M)d\vec{l}_M\right)}; \qquad (7)$$

$j_0(Q)=f_j(Q)$.

Для определения силы, действующей на якорь электромагнита, воспользуемся следующей формулой [5]

$$\vec{F}=\oint_{S_1}\left[\vec{j}(P)\vec{B}(P)\right]dS_P\,, \qquad (8)$$

где S_1 – граница якоря; $\vec{B}(P)$ – магнитная индукция, обусловленная как токами намагничивающей катушки, так и поверхностными токами на границы S_2 магнитопровода.

После интегрирования (8) по азимутальному углу и учитывая, что $\vec{j} = j\vec{e}_\alpha$, получаем

$$\vec{F} = 2\pi \oint_{l_1} j(P)\left[\vec{e}_z B_r(P) - \vec{e}_r B_z(P)\right] r_p \, dl_p, \tag{9}$$

где l_1 – след поверхности S_1 в сечении электромагнита меридианной плоскостью; $\vec{e}_r$, $\vec{e}_z$ – единичные орты соответствующих координатных осей в цилиндрической системе координат; B_r, B_z – компоненты поля $\vec{B}$ в цилиндрической системе координат.

Тогда, заменяя интегрирование суммированием, z-компоненту силы, действующей на якорь электромагнита при фиксированном значении хода h (рис. 2, *а*) рассчитываем по формуле:

$$F_z = 2\pi\mu_0 \sum_{k=1}^{N_1} j(P_k) r_k \Delta l_k \left(\sum_{i=1}^{N_2} j(Q_i) \Delta l_i H_r(Q_i, P_k) + \delta_0 \sum_{m=1}^{N_\delta} \Delta S_m H_{r\,кат}(M_m, P_k) \right), \tag{10}$$

где N_1, N_2 – число элементарных участков на границе якоря l_1 и границе магнитопровода l_2 соответственно; r_k – радиус k-го элементарного участка границы якоря; N_δ – число разбиений намагничивающей катушки на торы прямоугольного сечения; $H_r(Q_i, P_k)$, $H_{r\,кат}(M_m, P_k)$ – r-компонента напряженности магнитного поля в точке P_k, созданная соответственно единичным током i-го элементарного участка магнитопровода и единичным током m-го элементарного объема намагничивающей катушки.

2. НЕЛИНЕЙНАЯ ЗАДАЧА

Рассчитаем тяговую характеристику электромагнита с учетом нелинейных свойств материала магнитопровода. Разобьем область, занимаемую якорем и магнитопроводом, на элементарные объемы в виде торов прямоугольного сечения (рис.2,*б*).

На ν-ом шаге итерационного процесса магнитную проницаемость $\mu_i^{(\nu)}$ для i-го элементарного объема принимаем постоянной величиной. При таком допущении вторичные источники возникают только на границе якоря и магнитопровода и на границах всех элементарных областей. В качестве вторичных источников могут использоваться или простой слой магнитных зарядов, или простой слой токов, или двойной слой магнитных зарядов, или двойной слой токов. Исследования, проведенные в [4, 6, 7], показали, что использование двойного слоя магнитных зарядов при решении задач магнитостатики является наиболее эффективным.

Система интегральных уравнений относительно поверхностной плотности двойного слоя магнитных зарядов имеет следующий вид [2, 4]:

$$\tau_k(Q) = \frac{\lambda}{2\pi}\oint_{S_k}\tau_k(P)\left[\frac{(\vec{r}_{PQ}\vec{n}_P)}{r_{PQ}^3}+\frac{2\pi}{S_k}\right]dS_P + \frac{\lambda}{2\pi}\oint_{S_i}\tau_i(P)\frac{(\vec{r}_{PQ}\vec{n}_P)}{r_{PQ}^3}dS_P + 2\lambda\varphi_0(Q),$$

$$i,k=\overline{1,2}, \quad (11)$$

$$\oint_{S_1\cup S_2}\tau(P)G(P)dS_P = Iw - a, \quad (12)$$

где $\tau_k(Q)$ – поверхностная плотность двойного слоя магнитных зарядов в точке $Q\in S_k$; $\lambda=(\mu^- - \mu^+)/(\mu^- + \mu^+)$; μ^+ (μ^-) – магнитная проницаемость элементарного объема или внешней по отношению к ферромагнетику среды, из которой выходит (входит) выбранная нормаль $\vec{n}_P$ к участку границы; S_k – совокупность как внешней границы, так и всех границ между элементарными объемами якоря (k=1), магнитопровода (k=2) (на рис.2, *б* указаны следы l_k границ S_k в сечении магнитопровода меридианной плоскостью); $\varphi_0(Q)=\int_Q^{Q_0}\vec{B}_0 d\vec{l}$ – скалярный магнитный потенциал поля намагничивающей катушки, Q_0 – точка нулевого значения потенциала;

$$G(P)=\frac{1}{4\pi}\left[\frac{1}{\mu_0}\int_{L^-}\frac{3(\vec{r}_{PM}\vec{n}_P)\vec{r}_{PM}-r_{PM}^2\vec{n}_P}{r_{PM}^5}d\vec{l}_M+\sum_{i=1}^{N_L}\frac{1}{\mu_i}\int_{L_i^+}\frac{3(\vec{r}_{PM}\vec{n}_P)\vec{r}_{PM}-r_{PM}^2\vec{n}_P}{r_{PM}^5}d\vec{l}_M\right], \quad (13)$$

$$a=\frac{1}{\mu_0}\int_{L^-}\vec{B}_0(M)d\vec{l}_M+\sum_{i=1}^{N_L}\frac{1}{\mu_i}\int_{L_i^+}\vec{B}_0(M)d\vec{l}_M .$$

Здесь N_L – количество элементарных областей, через которые проходит путь L вычисления контурного интеграла в законе полного тока; μ_i – магнитная проницаемость i-го элементарного объема, через который проходит контур L; L^- – часть контура L, проходящего в воздухе; L_i^+ – часть контура L, проходящего через i-й элементарный объем якоря или магнитопровода (рис. 2, *б*).

Так как расчет магнитного поля проводится в магнитной системе с зазором, то условные перегородки [8] для однозначного определения скалярного магнитного потенциала $\varphi_0(Q)$ выбираем проходящими в основном зазоре – между областью расположения первичных токов.

Учитывая, что задача имеет осевую симметрию, систему уравнений (11), (12), после интегрирования по азимутальному углу, можно записать в виде:

$$\tau_k(Q)=\frac{\lambda}{2\pi}\oint_{l_k}\tau_k(P)\left[W(P,Q)+\frac{4\pi^2 r_P}{S_k}\right]dl_P+\frac{\lambda}{2\pi}\oint_{\substack{l_i\\ i\neq k}}\tau_i(P)W(P,Q)dl_P+2\lambda\varphi_0, \quad (14)$$

$$\oint_l \tau(P)G_\alpha(P)dl_P=Iw-a, \quad l=l_1\cup l_2, \quad (15)$$

где

$$W(P,Q)=\frac{1}{\pi}\frac{r_P(z_Q-z_P)E(k)}{\left[(r_P-r_Q)^2+(z_Q-z_P)^2\right]\sqrt{(r_P+r_Q)^2+(z_Q-z_P)^2}}; \quad (16)$$

$$E(k)=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-k^2\sin^2(\theta)}d\theta; \qquad k^2=\frac{4r_Pr_Q}{(r_P+r_Q)^2+(z_P-z_Q)^2};$$

$$G_\alpha(P)=\frac{1}{\mu_0}\sum_{m=1}^{2}\left[W(P,M_{2m})-W(P,M_{1m})\right]+\sum_{i=1}^{N_L}\frac{1}{\mu_i}\left[W(P,N_{2i})-W(P,N_{1i})\right];$$

(r_P,z_P), (r_Q,z_Q) – координаты точек P и Q в цилиндрической системе координат; N_{1i}, N_{2i} – соответственно начальная, конечная точка участка L_i^+ ($i=1,2,...,N_L$), расположенного в i-й элементарной области якоря или магнитопровода, через которую проходит контур L; M_{1m}, M_{2m} – начальная, конечная точка участка L_m^-, $m=\overline{1,2}$, m – номер участка L^-, проходящего в соответствующем воздушном зазоре (рис.2, *б*).

Для решения системы уравнений (14)-(15), используем метод последовательных приближений, реализуемый по итерационной схеме, аналогичной (5) [4]. При численной реализации указанного итерационного процесса границу l разбиваем на элементарные участки Δl_{kj} ($j=1,2,...,N_k$, $k=\overline{1,2}$, N_1 – число разбиений границы l_1, N_2 – границы l_2), при этом искомую функцию считаем постоянной на каждом элементарном участке. Для решения нелинейной задачи использовался итерационный процесс, аналогичный приведенному в [9].

После решения нелинейной задачи, получаем распределение вторичных источников – плотности двойного слоя магнитных зарядов. Так как воздействие друг на друга магнитных зарядов, находящихся на одном теле, не может заставить тело перемещаться, то при расчете силы необходимо рассматривать только взаимодействие зарядов, принадлежащих различным телам. При определении силы воспользуемся дуальностью скалярных и векторных источников [8], а именно поверхность ΔS с постоянной плотностью τ двойного слоя магнитных зарядов заменяем контурным током $i_0=\tau/\mu_0$, расположенным по границе площадки ΔS и

связанным с направлением нормали $\vec{n}_P$ к границе ферромагнетика правилом правоходового винта [8]. Тогда, воспользовавшись формулой (9), для *z*-компоненты силы, действующей на якорь электромагнита, получаем формулу

$$F_z = \frac{2\pi}{\mu_0}\sum_{i=1}^{N_1}\tau_1(P_i)\left[r_{P_{2_i}} B_r\left(P_{2_i}\right) - r_{P_{1_i}} B_r\left(P_{1_i}\right)\right],$$

где $B_r(P)$ – радиальная компонента магнитной индукции в точке *P*, обусловленная как токами намагничивающей обмотки, так и вторичными источниками на границе l_2 (рис 2, *б*), т.е.

$$B_r(M) = B_{0r}(M) + \sum_{i=1}^{N_2}\tau_2(P_i)\left[H_r\left(P_{2_i}, M\right) - H_r\left(P_{1_i}, M\right)\right],$$

здесь $B_{0r}(M)$ – *r*-компонента магнитной индукции поля намагничивающей катушки в точке *M*; $H_r(P,M)$ – *r*-компонента напряженности магнитного поля в точке *M*, созданная единичным током, положение которого задает точка *P*.

3. АНАЛИЗ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ТЯГОВОГО УСИЛИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТА

На первом этапе в рамках линейной задачи была реализована оптимизация геометрических параметров электромагнита, включающая в себя расчет тягового усилия различных конструкций указанного устройства. После выбора оптимальной конструкции учет свойств магнитных материалов был реализован в рамках нелинейной задачи. Далее, образец оптимизированного электромагнита был изготовлен на фирме «Оптимаг» (г. Симферополь). В результате эксперимента, проведенного на этом предприятии, была получена силовая характеристика электромагнита (измерения были выполнены инженером И. И. Недоконцевым).

Для расчета силовой характеристики электромагнита (рис. 4) были использованы предложенные выше и классические методы решения интегральных уравнений (ИУ) для расчета магнитных полей при допущении постоянства магнитной проницаемости и с учетом нелинейных магнитных свойств материала магнитопровода. Для линейной задачи относительная магнитная проницаемость якоря и магнитопровода μ_r принималась равной 1060 (максимальное значение для выбранной марки стали 5), для нелинейной задачи использовалась зависимость $B(\mu)$ для стали 5.

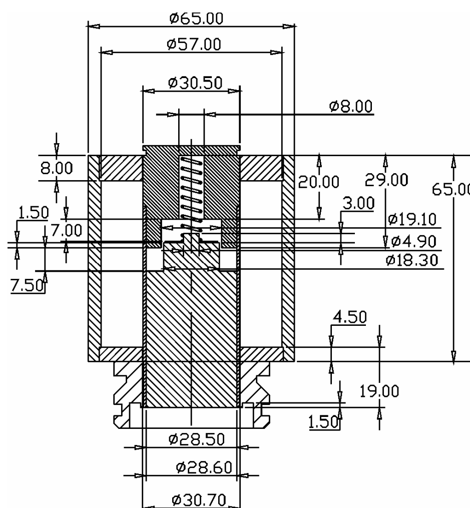


Рис. 4. Чертеж электромагнита постоянного тока

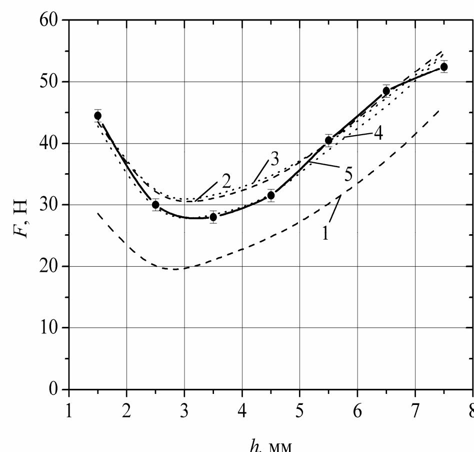


Рис. 5. Графики зависимости тягового усилия электромагнита от величины основного зазора

Ампер-витки намагничивающей катушки – Iw=1100 А. Интегральные уравнения решались методом последовательных приближений без дополнительных соотношений и с дополнительными соотношениями. Соответствующие зависимости приведены на рис.5, где кривая 1 соответствует линейной задаче, ИУ составлялось для плотности простого слоя токов без использования дополнительных соотношений (относительная среднеквадратическая погрешность расчетной и экспериментально полученной характеристики составляет 25 %); кривая 2 – линейной задаче, ИУ для поверхностной плотности простого слоя токов с применением дополнительного соотношения (то же - 6 %); кривая 3 – линейной задаче, ИУ для двойного слоя магнитных зарядов с применением и без применения дополнительного соотношения (то же – 6 %); кривая 4 –нелинейной задаче, ИУ для двойного слоя магнитных зарядов с применением и без применения дополнительного соотношения (то же – 3,8 %); кривая 5 – физический эксперимент. Применение дополнительных соотношений позволяет сократить время счета не менее чем в 5 раз.

ВЫВОДЫ

1. Разработана на основе метода интегральных уравнений уточненная математическая модель для расчета магнитного поля в электромагните постоянного тока с учетом нелинейности магнитных свойств материалов и ее приложение к расчету его силовой характеристики.
2. Эффективность предложенной модели подтверждается совпадением результатов расчета по программе для ЭВМ и физического эксперимента.

3. Применение дополнительных соотношений для вторичных источников, полученных из интегральных законов поля, к граничным интегральным уравнениям при расчете магнитных полей с учетом нелинейной характеристики ферромагнитных материалов в совокупности с разбивкой области, занимаемой магнитопроводом, на элементы с постоянной магнитной проницаемостью позволяет производить расчеты с высокой степенью точности.

Список литературы

1. Любчик М. А. Оптимальное проектирование силовых электромагнитных механизмов. – М.: Энергия, 1974. – 392 с.
2. Тозони О. В., Маергойз И. Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей. – К.: Техніка, 1974. – 352 с.
3. Петрушенко Е. И., Пашко А. И., Трофимчук Н. Л., Филиппова Г. А. Моделирование на ЭВМ трехмерного магнитного поля линейного одноэлементного трансформатора тока на основе векторного интегрального уравнения: Препр. / АН УССР. Ин–т проблем моделирования в энергетике; 34. – К.: 1986. – 46 с.
4. Стадник И. П., Жильцов А. В. Повышение эффективности метода интегральных уравнений расчета магнитостатических полей в кусочно–однородных средах // Техническая электродинамика.–2003. – №2. – С. 3–8.
5. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: В 2 т. – М.:Высш. школа, 1978. – Т.2. – 231 с.
6. Стадник И. П., Жильцов А. В. Повышение эффективности метода последовательных приближений для расчета магнитостатических полей при наличии ферромагнетиков с бесконечной магнитной проницаемостью // Изв. вузов. Электромеханика. – 2001. – №3. – С. 3–7.
7. Стадник И. П., Жильцов А. В. Повышение эффективности расчета магнитостатических полей при наличии ферромагнетиков с бесконечной магнитной проницаемостью методом сведения интегральных уравнений к СЛАУ // Техническая электродинамика. – 2003. – №6. – С. 12–16.
8. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989. – 504 с.
9. Стадник И. П., Жильцов А. В. Модификация метода интегральных уравнений расчета магнитостатических полей в нелинейных средах// Техническая электродинамика. – 2003. – №3. – С. 3–6.
10. Курбатов П. А., Аринчин С. А. Численный расчет электромагнитных полей. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 168 с.

Стадник І. П., Жильцов А. В., Горська І. Ю. **Математична модель для розрахунку силової характеристики втяжного електромагніта з великим ходом на основі методу інтегральних рівнянь.** // Учені записки Таврійського національного університета ім. В. І. Вернадського. – 2007. – Серія «Фізика». - Т. 20 (59). - № 1. - С. 108 - 118.
Запропонована уточнена математична модель для розрахунку магнітного поля в електромагніті постійного струму з урахуванням нелінійності і її застосування до побудови його силової характеристики. Показано, що використання додаткових співвідношень для вторинних джерел, отриманих з інтегральних законів поля, до граничних інтегральних рівнянь при розрахунку магнітних полів з урахуванням нелінійної характеристики феромагнітних матеріалів у сукупності з розбивкою області, що займає магнітопровід, на елементи з постійною магнітною проникністю і з коефіцієнтом релаксації для зменшення впливу нелінійності дозволяє робити розрахунки з високим ступенем точності.
Ключові слова: моделювання магнітостатичних полів, електромагніт, метод інтегральних рівнянь

Stadnik I.P., Zhil'tsov A.V., Gorskaya I. Yu. **Mathematical model for calculation of the force's characteristic of the electromagnet of with a big motion by a method of integral equations** // Uchenye

zapiski Tavricheskogo Natsionalnogo Universiteta im. V.I. Vernadskogo. – 2007. – Series «Fizika». – V. 20 (59). - № 1. – P. 108 - 118.

Abstract: the improved mathematical model for calculation of a magnetic field in an electromagnet of a direct current and its application to build-up of the force's characteristic is offered. Simultaneous using of additional relations for the secondary radiants obtained from integrated laws of a field to boundary integral equations in aggregate with a decomposition of the area occupied with a magnetic circuit, on area with a stationary magnetic conductivity and with coefficient of a relaxation for diminution of influence of nonlinearity of ferromagnetic allows to yield calculations with a high degree of accuracy.

Keywords: model operation of magnetostatic fields, an electromagnet, a method of integral equations

Поступила в редакцию 17.01.2007 г.